

Coherencia en óptica clásica y física cuántica ...y los estados zombis

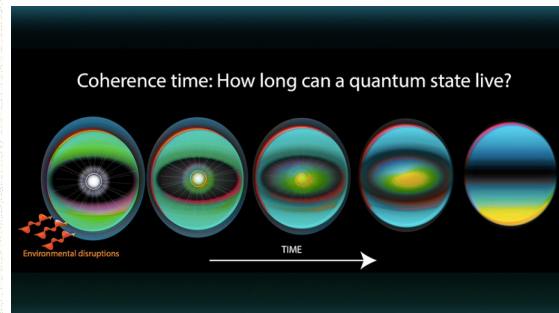
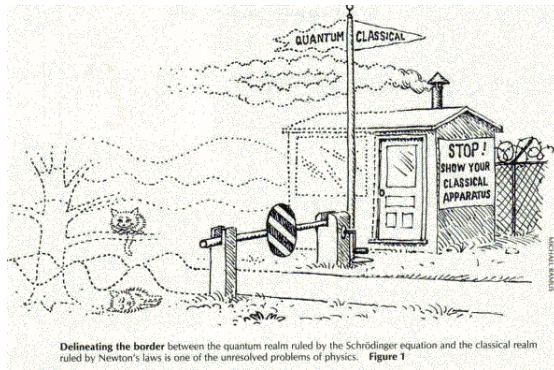


Zombis Romero

Resumen: Presentamos la idea de coherencia explotando los paralelismos entre óptica clásica y física cuántica. Mostramos cómo la física cuántica predice la existencia de zombis.

Presentación: Se da la feliz circunstancia de que la coherencia es uno de los temas más modernos y fundamentales de la óptica clásica y un concepto imprescindible en física cuántica. Coherencia es la teoría estadística de la luz, y la física cuántica es una teoría estadística de nacimiento. En óptica la coherencia está detrás de la interferencia, polarización, láser, holografía, y prácticamente cualquier aplicación óptica actual. En física cuántica la superposición coherente de estados es la raíz misma del mundo cuántico presente en la complementariedad y entrelazamiento para empezar. Por ello, en los últimos años está emergiendo la teoría de la coherencia como recurso para las aplicaciones cuánticas. Tan importante es la coherencia para la cuántica que el peor enemigo de las tecnologías cuánticas es la *decoherencia*!!, que además es la mejor explicación de la emergencia del mundo clásico desde la teoría cuántica.

Por ello son convenientes estas notas sobre coherencia clásica y cuántica. Creemos que es un concepto que por su carácter fundamental y su importancia puede y debe introducirse cuanto antes en los estudios de grado. La coherencia está prevista en el plan de estudios como uno de los pocos ítems mencionados por su nombre para la óptica de segundo curso. Por ello queremos aprovechar ese empujón óptico para presentar este concepto de la forma más intuitiva posible y pasar cuanto antes la frontera de la física cuántica, con papeles o sin papeles. Para ellos nos aprovechamos de los infinitos paralelismos entre óptica y física cuántica, tantos que se diría que la única diferencia fundamental es el postulado de proyección de la interpretación de Copenhague, la regla de Born, que dicho sea de paso, es una de las ecuaciones más oscuras de la física moderna, más recete ingenieril que física propiamente dicha. Desde la derrota de los *Einsteinianos* en la batalla de Copenhague los físicos renunciaron a entender el universo por un plato de recetas para hacer números. Pírrica victoria.



Óptica clásica

Coherencia óptica. Definición: En su versión más fundamental la coherencia es la relación estadística entre un par de campos eléctricos E_1 y E_2 . Estos campos eléctricos pueden representar la luz en distintos puntos del espacio-tiempo. Pueden ser también las dos componentes ortogonales que constituyen la polarización en un único punto.

Por razones fundamentales, ligadas a los detalles microscópicos de la generación y propagación de la luz, el campo eléctrico de una onda luminosa real esta inevitablemente ligado a los detalles microscópicos de la materia involucrada en su generación y propagación. Sería muy interesante poder entrar en estos detalles, que dejaremos para otra ocasión.

Lo importante ahora es que la idea de coherencia surge si ignoramos esos detalles microscópicos, bien sea porque nos sea imposible conocerlos o porque decidamos ignorarlos. En ese caso, puesto que esos detalles cambiarán de un caso a otro, el campo eléctrico se vuelve fluctuante, tiene que ser descrito como una variable aleatoria. En un mundo clásico aleatoriedad es ignorancia. Los campos toman valores bien definidos cada vez, esos valores los sabe sólo el universo, pero no nosotros.

Por esa ignorancia debemos mirar a E_1 y E_2 como variables aleatorias. La cuestión es si entre ellas hay algún tipo de relación o no. Esa relación es la coherencia.

Dos campos eléctricos se dicen coherentes si sabiendo el valor que toma uno de ellos podemos conocer el valor que toma el otro, es decir si hay una relación determinista entre ellos. Es casi la misma idea de coherencia en la vida ordinaria, es decir que viendo lo que alguien hace en un momento y en un lugar podemos predecir lo que hará en otro momento en otro sitio. Nótese que del lado coherente están los mentirosos pertinaces, basta con negar lo que digan para saber la verdad. Los mentirosos peligrosos son los incoherentes, que eligen mentir o decir la verdad aleatoriamente.

Dos campos eléctricos se dicen incoherentes si no hay ninguna relación entre ellos.

Grado de coherencia: Para situaciones intermedias se suele definir un grado de coherencia. Para óptica lineal suele valer la siguiente definición

$$\mu = \frac{\langle E_1 E_2^* \rangle}{\sqrt{\langle |E_1|^2 \rangle \langle |E_2|^2 \rangle}},$$

donde lo importante es el numerador, el denominador es simplemente un factor de normalización. Los paréntesis agudos indican promedio estadístico, que en casi todas las situaciones prácticas de interés en óptica puede ser sustituido por promedio temporal (*ergodicidad*).

Esta definición iguala coherencia a correlación y de hecho μ tiene exactamente la misma forma del coeficiente de correlación de un ajuste lineal. Pero es importante notar que coherencia y correlación no son lo mismo. Por ejemplo las variables x, y con $y = x^2$ y probabilidad par para x son totalmente coherentes pero su correlación es nula $\langle yx \rangle = 0$.

En el límite de coherencia total $|\mu| = 1$ se dice que la superposición $E = E_1 + E_2$ es coherente y es equivalente a que exista una relación lineal entre los campos $E_2 = \lambda E_1$ donde λ es una constante. Es decir que los campos no varían de forma independiente sino al unísono, en correlación perfecta.

Interferencia, superposiciones coherentes e incoherentes: La coherencia se pone de manifiesto en muchos contextos, sobre todo polarización e interferencia.

En interferencia tenemos la suma de ambos campos $E = E_1 + E_2$ y observamos la intensidad

$$\langle |E|^2 \rangle = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle + \langle E_1^* E_2 \rangle + \langle E_1 E_2^* \rangle.$$

Se dice que hay interferencia si $\langle |E|^2 \rangle \neq \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle$ es decir que interferencia equivale a que los dos campos no sean incoherentes

$$\langle |E|^2 \rangle \neq \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle \Leftrightarrow \mu \neq 0.$$

Cuanto mayor coherencia mayor interferencia, es decir mayor visibilidad.

Por el contrario, para ondas incoherentes $\langle |E|^2 \rangle = \langle |E_1|^2 \rangle + \langle |E_2|^2 \rangle$ no hay interferencia y se dice que la superposición es incoherente.

Insistimos con esto en que la superposición de campos eléctricos puede ser coherente o incoherente, con el significado comentado.

Modos: En muchas ocasiones se puede separar la parte determinista y aleatoria del campo eléctrico en la forma

$$E_j(x) = \alpha_j \psi_j(x) ,$$

donde α_j son variables aleatorias, ψ_j son soluciones perfectamente deterministas de las ecuaciones de Maxwell, incorporando todas las simetrías y condiciones de contorno del problema que se esté considerando, y las variables x representan todas las coordenadas necesarias. Es costumbre elegir las funciones $\psi_j(x)$ ortogonales y normalizadas

$$\int dx \psi_k^*(x) \psi_j(x) = \delta_{k,j} .$$

Se les denomina modos del campo y son una base de funciones en la que expresar cualquier otra solución. Pueden ser ondas planas, esféricas, Hermite-Gauss, etcétera, y su elección responde a las características y simetrías que mejor se adapten a nuestro problema. En este sentido α_j son los coeficientes del campo que estemos estudiando en esa base.

Función de coherencia, matriz de correlación: En el espíritu de la óptica lineal y suponiendo que nuestra observación del campo se reduce a la medida de intensidades, toda la óptica queda encapsulada en promedios estadísticos cuadráticos en los campos, ya que la intensidad luminosa lo es y la óptica lineal no puede cambiar ni la potencia ni el número de campos. Usando la idea de modos en lo términos recién expuestos todo está contenido en la función de coherencia

$$C_{k,\ell}(x,x') = \langle E_k E_\ell^* \rangle = \langle \alpha_k \alpha_\ell^* \rangle \psi_k(x) \psi_\ell^*(x') ,$$

y todas las evaluaciones estadísticas recaen sobre las α_j . Si como es el caso usual sólo tenemos dos campos la función de coherencia es una matriz 2×2 , realmente una matriz de covarianza:

$$C(x, x') = \begin{pmatrix} \langle |E_1|^2 \rangle & \langle E_1 E_2^* \rangle \\ \langle E_2 E_1^* \rangle & \langle |E_2|^2 \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle |\alpha_1|^2 \rangle \psi_1(x) \psi_1^*(x') & \langle \alpha_1 \alpha_2^* \rangle \psi_1(x) \psi_2^*(x') \\ \langle \alpha_2 \alpha_1^* \rangle \psi_2(x) \psi_1^*(x') & \langle |\alpha_2|^2 \rangle \psi_2(x) \psi_2^*(x') \end{pmatrix}.$$

Puede verse que es una matriz Hermítica no negativa, que por tanto se puede diagonalizar y tendrá dos autovalores reales y no negativos. Esta diagonalización es muy interesante puesto que equivale a reducir la aleatoriedad a su forma más concisa, más básica posible, muy relacionado con un análisis en componentes principales.

Superposiciones coherentes: Con esta factorización basada en modos $E_j(x) = \alpha_j \psi_j(x)$ si los campos son coherentes $|\mu| = 1$ quiere decir que las variables aleatorias α_j son coherentes y hay una relación lineal entre ellas $\alpha_2 = \lambda \alpha_1$ donde λ es una constante. Es decir que las variables no varían de forma independiente sino al unísono, en correlación perfecta.

Con esto cuando la superposición es coherente

$$E = E_1 + E_2 = \alpha_1 \psi_1(x) + \alpha_2 \psi_2(x) = \alpha_1 [\psi_1(x) + \lambda \psi_2(x)] \propto \alpha_1 \tilde{\psi}_1(x),$$

donde $\tilde{\psi}_1(x) \propto \psi_1(x) + \lambda \psi_2(x)$.

Aquí lo realmente interesante es notar que a todos los efectos $\tilde{\psi}_1(x)$ es un nuevo modo que pertenecerá a una familia de modos ortonormales distintos de los de partida. Por decirlo crudamente los primeros modos $\psi_j(x)$ pueden ser manzanas pero los segundos $\tilde{\psi}_j(x)$ pueden ser peras, es decir algo muy distinto. Por ejemplo: podemos sumar muchas ondas esféricas y el resultado ser una onda plana!! Este es el poder de las superposiciones coherentes que luego queremos trasladar al mundo cuántico.

Quizás la metáfora de peras y manzanas no sea la más adecuada, pero no hemos encontrado otra forma mejor de comunicar el sorprendente poder de las superposiciones coherentes. Una onda esférica y una onda plana se parecen como un huevo y una castaña, pero ambas son familias de modos que se pueden descomponer una en otra mediante superposiciones coherentes. Lo mismo sobre luz circular y linealmente polarizadas. Es este poder el que queremos invocar después en el mundo cuántico.

Incidentalmente podemos observar que si hay coherencia $\alpha_2 = \lambda \alpha_1$ entonces el determinante de la matriz de coherencia es nulo $\det C(x, x') = 0$. Eso quiere decir

que la matriz tiene sólo un autovalor no nulo, lo que quiere decir que la aleatoriedad es la mínima posible a este nivel de detalle.

Física cuántica y zombis

Modos: En el mundo cuántico vale todo lo dicho para la luz. Los modos $\psi_j(x)$ se convierten en estados o funciones de onda que formen una base en el correspondiente espacio de funciones o espacio de Hilbert (también podríamos decir funciones de olas). Seguiremos entendiendo que son ortogonales y normalizadas. Normalmente los modos se eligen que sean autoestados de algún operador, de modo que representan alguna propiedad física como posición, momento, energía, o momento angular por ejemplo. También pueden invocarse razones de simetría o pura conveniencia lo mismo que en el caso clásico.

Matriz densidad: En el caso cuántico la matriz de covarianza $C(x, x')$ se denomina matriz densidad, que se denota como ρ , en este caso escrita en representación de coordenadas $C(x, x') = \langle x | \rho | x' \rangle = \rho(x, x')$.

Interpretación estadística. Aleatoriedad clásica y cuántica: Para un estado como

$$\psi(x) = \alpha_1 \psi_1(x) + \alpha_2 \psi_2(x)$$

lo que es genuinamente cuántico es que tenemos una doble fuente de aleatoriedad:

- i) La que venga de los coeficientes α_j , que se suele llamar aleatoriedad clásica.
- ii) La que surge de la propia interpretación cuántica *Copenhaguesca* y que ocurre siempre, aunque los α_j no sean aleatorios y tengamos coherencia total.

Por ejemplo: $\langle |\alpha_j|^2 \rangle$ sería la probabilidad de que el sistema descrito se encuentre en el modo $\psi_j(x)$, razón por la cual se normalizan en la forma $\sum_j \langle |\alpha_j|^2 \rangle = 1$.

Estados puros y mezcla: Las superposiciones coherentes, es decir $\det \rho(x, x') = 0$, se llaman estados puros. En caso contrario $\det \rho(x, x') \neq 0$ se habla de estados mezcla. De nuevo los estados puros, es decir las superposiciones coherentes, se caracterizan por dar lugar a interferencia con buena visibilidad. En los mismos términos que en óptica.

Lo que caracteriza a un estado puro es que no presenta aleatoriedad clásica puesto que se trata de un único modo! Nótese que la normalización hace desaparecer cualquier rastro de aleatoriedad en los coeficientes. En un estado puro toda la aleatoriedad es de origen cuántico.

$$\psi(x) = \alpha_1 \psi_1(x) + \alpha_2 \psi_2(x) = \alpha_1 [\psi_1(x) + \lambda \psi_2(x)] \equiv \tilde{\psi}_1(x) .$$



Puros y mezclas.

Lo que caracteriza a un estado mezcla es que tiene aleatoriedad clásica, es decir, falta de información. En particular, en el estado de mezcla máxima sólo hay aleatoriedad clásica (siempre respecto a los modos $\psi_j(x)$). Por el contrario en un estado puro toda la aleatoriedad es cuántica, en cualquier base de modos.

El diablo está en los detalles: Surge aquí un detallito interesante: la de si la distinción entre aleatoriedad clásica y cuántica es superficial y en el fondo la aleatoriedad cuántica se puede reducir a aleatoriedad clásica. Aparentemente la cuestión parece haberse zanjado recientemente mostrando que

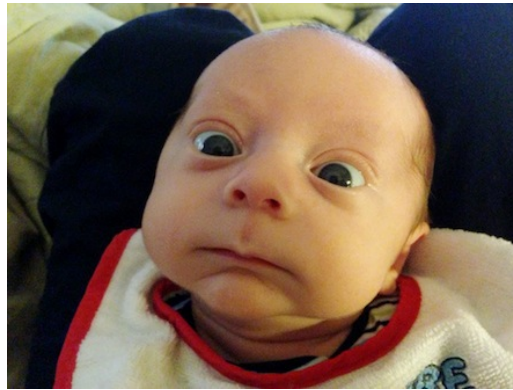
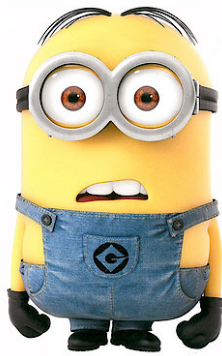
- i) la aleatoriedad clásica es un caso de aleatoriedad cuántica (lo veremos más en detalle luego al hablar del entrelazamiento)
- ii) la aleatoriedad cuántica no siempre se puede reducir a aleatoriedad clásica.

Esencialmente este es el tema de las desigualdades de Bell. Digo "aparentemente" y "parece" puesto que dudo que se haya dicho la última palabra, es más, quizás nunca se pueda decir la última palabra.

El hecho de que la aleatoriedad cuántica sea fundamentalmente distinta de la clásica es bastante fuerte y significa entre otras cosas estos otros dos detallitos:

- i) todas las variables físicas son aleatorias aun cuando tengamos información completa del estado de todo el universo (quiero decir universo en estado puro).
- ii) tales variables aleatorias no admiten ser descritas por una distribución de probabilidad conjunta.

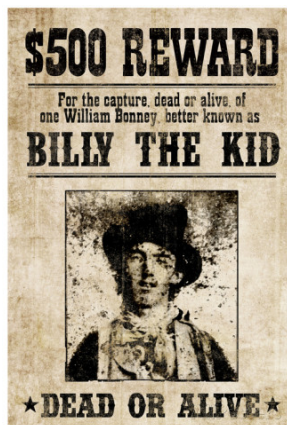
Desde que me enteré que cuánticamente podemos tener variables aleatorias no descritas por distribuciones de probabilidad estoy en estado de pasmo permanente. Puede parecerle a usted trivial, porque dirá que posición y momento no se pueden medir simultáneamente, hablarme de la difracción y tal y cual. Pero yo no salgo de mi asombro y me parece incomprensible y el auténtico rasgo distintivo entre las teoría clásica y la cuántica. Le invito a compartir mi perplejidad.



Piense un momentín en este otro detallito. Aleatoriedad cuántica definitivamente no es ignorancia. Eso quiere decir que sabiendo todo lo que se pueda saber del universo en el instante t es imposible saber qué es lo que será en el instante $t+\varepsilon$, o lo que fue en el $t-\varepsilon$. ¿No es fantástico? Puede intentar esquivar esta idea haciéndose de la secta de los multiversos, pero esté advertido que es saltar de la sartén al fuego.

Estados zombis: no vivos y no muertos: El hecho de que la física cuántica se aplique a todo da lugar a posibilidades absolutamente sorprendentes, intrigantes y, a día de hoy, inexplicables en cualquier sentido decente de esta palabra. Los modos pueden significar cualquier cosa, por ejemplo $\psi_1(x)$ es su función de ondas cuando usted está vivo y $\psi_2(x)$ su función de ondas cuando usted mismo está muerto (por ejemplo de risa, por quitar dramatismo). En cualquier caso $\langle |\alpha_j|^2 \rangle$ representa la probabilidad de que usted esté vivo o muerto, pero la física del asunto es radicalmente distinta si el estado es puro o mezcla.

Empecemos con el caso incoherente, es decir mezcla, y por sencillez supondremos siempre que la mezcla es máxima, que toda aleatoriedad es ignorancia, aleatoriedad clásica. En ese caso la probabilidad vivo/muerto indica ignorancia respecto a su estado, no indica nada respecto a su estado real. Estará usted con toda seguridad vivo o con toda seguridad muerto, solo que no lo sabemos (por eso en el oeste le buscarían vivo o muerto). No hay información suficiente sobre su estado y por ello contemplamos ambas posibilidades, con distintas probabilidades dependiendo de la situación. Es aleatoriedad clásica en el puro y simple sentido de falta de información.



En el caso puro la situación es radicalmente distinta puesto que toda la aleatoriedad/desconocimiento clásico ha desaparecido!! Hay información completa de su estado, no hay nada más que se pueda saber.

Y ahora viene lo bueno, en un estado como este

$$\psi(x) = \alpha_1 \psi_1(x) + \alpha_2 \psi_2(x) = \alpha_1 \text{vivo} + \alpha_2 \text{muerto}$$

usted está en un estado distinto de la vida y la muerte, en el mismo sentido modal que comentamos en el caso clásico. Sumando manzanas coherentemente no tenemos manzanas sino peras.

En ningún caso se puede decir que usted esté vivo y muerto a la vez, por una sencilla razón: esa afirmación no es científica, porque no existe el estar vivo y muerto a la vez. Del mismo modo un electrón no puede pasar por dos rendijas a la vez, o estar en dos sitios a la vez: usted no podrá demostrar **nunca** ninguna de estas afirmaciones experimentalmente, **nunca**. *Son hechos incompatibles, son vectores ortogonales, son autoestados de un mismo observable con autovalores distintos: el observable es "estar vivo" y los autovalores "sí" y "no".*

Su estado es otras cosa, algo distinto a la vida o la muerte (que sería aleatoriedad clásica). La forma más honesta de decirlo es que usted no está ni vivo ni muerto, es decir ¡usted es un zombi!! Lo que pasa es que no tenemos herramientas para entender ese estado, pero existir, ¡existe!



Vayamos un poco más lejos. Si por un suponer, usted ahora está vivo, su estado es $\psi_1(x)$. Pues pásmese porque si la interpretación de Copenhague fuera cierta tiene un 50% de probabilidad de ser encontrado en el estado zombi $\psi_1(x) + \psi_2(x)$. Para un cazador de zombis usted, simplemente estando vivo es una buena pieza. ¿A qué asusta? Vaya con cuidado y actúe con normalidad.

Naturalmente, definido el zombi $\psi_1(x) + \psi_2(x)$ tenemos asociado el zombi $\psi_1(x) - \psi_2(x)$ con el que forma una base ortogonal de nuestro pequeño subespacio de la vida y la muerte. Estas dos clases de zombis, tan irreconciliables como estar vivo o muerto, podrían ser la versión cuántica del Ti Bon Ange y el Gros Bon Ange, alma sin cuerpo y cuerpo sin alma respectivamente del vudú clásico. Estar vivo es entonces

$$\text{vivo} = \text{Ti Bon Ange} + \text{Gros Bon Ange}$$



En la literatura corriente estos estados se denominan gatos de Schrödinger, o superposiciones coherentes de estados macroscópicamente distinguibles, o incluso estados *NOON*.



“About your cat, Mr. Schrödinger—I have good news and bad news.”

Ilustremos estas ideas con un ejemplito muy sencillo.

Un bonito ejemplo. Polarización: La polarización de un fotón presenta una bonita y sencilla interpretación de la diferencia entre superposición coherente e incoherente. Digamos que ψ_1 representa polarización lineal en el eje X (sea fotón vivo) y que ψ_2 es polarización lineal en el eje Y (sea fotón muerto), o en notación vectorial

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

El estado de polarización del fotón se puede probar experimentalmente con un polarizador lineal ideal, que deja pasar toda luz que vibra según su eje y absorbe toda la que vibra perpendicular al eje. Si colocamos el eje del polarizador en el eje X todos los fotones vivos pasan y no pasa ninguno muerto. Muerto y vivo son distinguibles, no se puede estar vivo y muerto a la vez porque o pasas, o no pasas el polarizador.

La superposición coherente $\psi_1 + \psi_2$ se corresponde con luz completamente polarizada con polarización lineal a 45° con los ejes X, Y . Si ponemos un polarizador lineal con su eje en esa dirección todos los fotones pasarán. Si ponemos un polarizador lineal con su eje en una dirección a -45° ningún fotón pasará. Si lo ponemos a 0° ó 90° pasarán de forma aleatoria sólo la mitad. Esta variación de número de fotones que pasan es interferencia, máximo de interferencia cuando pasan todos y mínimo cuando no pasa ninguno!!

Estar polarizado a 45° no es estar polarizado en los ejes X e Y a la vez , ¿a que nunca diría eso? Pues no lo diga. No se puede estar vivo y muerto a la vez. Luz lineal a 45° es otra cosa distinta, es un zombi.



La superposición incoherente de ψ_1 y ψ_2 con los mismos pesos al 50% es algo radicalmente distinto. Es luz despolarizada!!! No importa cómo pongamos el eje del polarizador siempre pasa la mitad de los fotones. No hay interferencia. Y esto es estar o vivo o muerto.

Entrelazamiento y decoherencia: La factorización $\alpha_j \psi_j(x)$ es particularmente interesante en muchos aspectos, pero en el dominio cuántico es todavía incompleta. Hemos dicho que el origen físico de la aleatoriedad de α_j es la interacción con otros grados de libertad sobre los que no tenemos ni conocimiento ni control. Pero en el dominio cuántico deben ser descritos también con el mismo lenguaje de estados/funciones de onda. Para expresar esta idea vamos a escribir de forma abstracta los estados del sistema como vectores del siguiente modo $\psi_j \rightarrow |\psi_j\rangle$ de modo que, si $\alpha_{1,2}$ fueran constantes:

$$\psi = \alpha_1 \psi_1(x) + \alpha_2 \psi_2(x) \rightarrow |\psi\rangle = \alpha_1 |\psi_1\rangle + \alpha_2 |\psi_2\rangle .$$

Si ahora asumimos que $\alpha_{1,2}$ son variables las deberemos describir del mismo modo, con vectores en el correspondiente espacio vectorial de Hilbert, por lo que el estado completo se escribe:

$$|\psi\rangle = c_1 |\alpha_1\rangle |\psi_1\rangle + c_2 |\alpha_2\rangle |\psi_2\rangle ,$$

donde las constantes $c_{1,2}$ representan la parte determinista de $\alpha_{1,2}$ que no se puede incluir en $|\alpha_{1,2}\rangle$ si escribimos vectores normalizados. Los estados de esta

forma se denominan entrelazados. Son estados particularmente interesantes y paradójicos. De hecho son la base de las modernas tecnologías cuánticas, computación, criptografía, etcétera.

La matriz densidad para nuestro sistema $\psi_j(x)$ se escribe en este lenguaje mediante la sustitución

$$\langle \alpha_k \alpha_\ell^* \rangle \rightarrow c_k c_\ell^* \langle \alpha_\ell | \alpha_k \rangle ,$$

y se puede expresar por ejemplo en la forma, si estamos familiarizados con los kets,

$$\rho = |c_1|^2 \langle \alpha_1 | \alpha_1 \rangle |\psi_1\rangle \langle \psi_1| + |c_2|^2 \langle \alpha_2 | \alpha_2 \rangle |\psi_2\rangle \langle \psi_2| + c_1 c_2^* \langle \alpha_2 | \alpha_1 \rangle |\psi_1\rangle \langle \psi_2| + c_2 c_1^* \langle \alpha_1 | \alpha_2 \rangle |\psi_2\rangle \langle \psi_1| .$$

Un estado de la forma $|\psi\rangle = c_1 |\alpha_1\rangle |\psi_1\rangle + c_2 |\alpha_2\rangle |\psi_2\rangle$ dice que cuando nuestro sistema está en el modo $|\psi_j\rangle$ el resto del universo está en el estado $|\alpha_j\rangle$. Nótese que hemos escrito a la vez estados puros y mezcla para nuestro sistema como estados puros del universo completo. Parece sensato que si incluimos todo el universo no hay aleatoriedad clásica, no hay desconocimiento, por lo que el estado tendrá que ser puro. La coherencia/incoherencia del estado de nuestro sistema está contenida en las propiedades de $|\alpha_j\rangle$. Por ejemplo si $|\alpha_1\rangle = |\alpha_2\rangle$ la superposición es coherente y si $\langle \alpha_1 | \alpha_2 \rangle = 0$ la superposición es incoherente.



Esto explica las dificultades para tratar con zombies. Normalmente el universo no será lo mismo si nosotros vivimos o no, no es lo mismo una boda que un funeral. Serán tan distintos que será muy difícil evitar que $\langle \alpha_1 | \alpha_2 \rangle \approx 0$ y esto hace que de zombi pasemos al aburrido vivo o muerto.

Agradecimientos: Este trabajo no habría sido posible sin la colaboración del *Departamento Americano de Defensa Zombi*, del *Departamento de Erradicación Zombi*, y la versión zombi desde el *Proyecto Zombie* que me han evitado muchas *comidas de coco*.



Tampoco habría sido posible sin un moderno príncipe de los ingenios, Carlos Navarrete-Belloch, www.carlosnb.com que me animó a ello sobre los mismos campos Daneses donde descansan tantos derrotados *Einsteinianos*, que resucitarán al grito de *..nor to be nor not to be....* de otro príncipe danés, que interpretó como nadie el gran, grandísimo, Joseph Tura.

Se agradecen los atinados comentarios de Gerardo García Moreno.



Alfredo Luis
Copenhague-Biescas, junio-agosto 2017

